

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ В ЛИНИИ $\text{H}\alpha$ ДЛЯ ЭКЗОПЛАНЕТЫ WASP-52b

© 2023 г. С. С. Шарипов<sup>1,2</sup>, И. Б. Мирошниченко<sup>1,2,\*</sup>, И. Ф. Шайхисламов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт лазерной физики Сибирского отделения РАН, Новосибирск, Россия

<sup>2</sup> Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

\*E-mail: mib383@gmail.com

Поступила в редакцию 02.12.2022 г.

После доработки 24.01.2023 г.

Принята к публикации 24.01.2023 г.

Представлены результаты моделирования  $\text{H}\alpha$  спектра поглощения атмосферы горячего Юпитера WASP-52b. Атмосфера моделировалась трехмерным гидродинамическим кодом. Рассматривалось несколько различных значений ионизирующего излучения XUV. Перенос  $\text{Ly}\alpha$  фотонов в атмосфере моделировался методом Монте-Карло. Получены пространственные распределения объемной плотности возбужденных на второй энергетический уровень атомов водорода  $\text{H}(2)$ , вычислены спектры поглощения в линии  $\text{H}\alpha$ , а также показано, что поглощение происходит в слое толщиной около полутора планетарных радиусов, причем наибольшее влияние на поглощение оказывают  $\text{Ly}\alpha$  фотоны, образованные в результате рекомбинации электронов и протонов.

**Ключевые слова:** экзопланеты, атмосфера, Монте-Карло, резонансное рассеяние, транзитные наблюдения, численное моделирование

**DOI:** 10.31857/S0004629923030076, **EDN:** PODJEB

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Транзитная спектроскопия дает много информации об экзосфере планеты и параметрах взаимодействующего с ней звездного ветра. Так, например, первые транзитные наблюдения в линии  $\text{Ly}\alpha$  позволили обнаружить экзосферу у горячих юпитеров HD 209458b и HD 189733b [1, 2]. Наблюдения экзопланет в линии  $\text{H}\alpha$  656.281 нм представляют значительный интерес, поскольку данная линия практические не подвержена влиянию межзвездной среды, а также слабо поглощается атмосферой Земли, что позволяет использовать не только космические, но и наземные средства обнаружения. Наблюдения в линии  $\text{H}\alpha$  были сделаны, например, для экзопланет KELT-9b и KELT-20b [3–5]. Эти объекты относятся к классу сверхгорячих юпитеров, равновесная температура которых превышает 2000 К. Первым умеренно горячим юпитером, для которого было зарегистрировано поглощение, стал HD 189733b [6–8]. Планета WASP-52b стала вторым объектом, не относящимся к классу сверхгорячих юпитеров, для которого зафиксировано поглощение в линии  $\text{H}\alpha$  [9]. На основе трех транзитных наблюдений, выполненных с помощью спектрографа высокого разрешения ESPRESSO на VLT, поглощение в центре линии составило  $0.86 \pm 0.13\%$  с шириной  $15.4 \pm 1.8$  км/с. Также было обнаружено поглоще-

ние в линиях  $\text{Na D1}$ ,  $\text{Na D2}$  и  $\text{K D1}$ , равное, соответственно,  $1.09 \pm 0.16\%$ ,  $1.31 \pm 0.13\%$  и  $0.46 \pm 0.13\%$ . Обнаружение  $\text{Na}$  и  $\text{K}$  также подтверждено наблюдениями телескопа Hubble [10]. Еще одной линией, представляющей интерес, является линия метастабильного гелия 1083 нм. Для горячего юпитера WASP-52b было зарегистрировано поглощение в данной линии величиной  $3.44 \pm 0.31\%$  [11]. Согласно исследованиям [12] система WASP-52 состоит из звезды спектрального класса K2V, имеющей массу  $M_e = 0.87 M_\odot$ , радиус  $R_e = 0.79 R_\odot$  и эффективную температуру 5014 К. Планета имеет массу  $M_p = 0.46 M_J$ , радиус  $R_p = 1.27 R_J$  и равновесную температуру 1315 К. Впервые система WASP-52 моделировалась в работе [13] с использованием одномерной гидродинамической модели. Чтобы рассчитать концентрацию возбужденных на второй энергетический уровень атомов водорода  $\text{H}(2)$ , ответственного за поглощение в линии  $\text{H}\alpha$ , дополнительно использовалась термодинамическая модель [14]. Перенос  $\text{Ly}\alpha$  фотонов в атмосфере планеты вычислялся кодом Монте-Карло, на основе которого и рассчитывалось поглощение в линиях  $\text{H}\alpha$  и  $\text{He}$  1083 нм. Было обнаружено, что поглощение в линии  $\text{H}\alpha$  может хорошо соответствовать наблюдаемым данным при достаточно высоких потоках ионизующего излучения (XUV,  $\lambda < 91.2$  нм), исходящего

от родительской звезды, а также при относительном высоком соотношении H/He. В данной статье приводятся результаты моделирования  $\text{H}\alpha$ -спектра поглощения атмосферы планеты WASP-52b с использованием трехмерного гидродинамического кода [15, 16] и кода Монте-Карло для расчета переноса Ly $\alpha$  фотонов [17].

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ АТМОСФЕРЫ

Для моделирования переноса излучения и спектра поглощения  $\text{H}\alpha$  в качестве исходных данных использовались результаты трехмерной самосогласованной газодинамической модели [15, 18], далее 3DHD. Модель рассчитывает распределения объемной плотности атомов водорода и температуры в верхней атмосфере планеты, используя газодинамические уравнения непрерывности, импульса и энергии для всех рассматриваемых компонентов атмосферы. К таким компонентам относятся: H,  $\text{H}^+$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{H}_2^+$ ,  $\text{H}_3^+$ , электроны планетарного и звездного происхождения. В качестве начального состояния принимается полностью нейтральная атмосфера, состоящая из молекул водорода  $\text{H}_2$  и атомов гелия. Модель позволяет включать в рассмотрение любые другие независимые составляющие, например, C, O, Mg, Si [16]. Применение многожидкостного подхода, позволяющего отдельно описывать каждый компонент атмосферы, дает более точное описание динамики истекающей атмосферы горячих экзопланет.

Помимо газодинамики в атмосфере планеты, 3DHD также рассчитывает динамику вещества, налетающего на планету от звезды – звездный ветер (3B), состоящий из протонов  $\text{H}^+$ . Излучение звезды характеризуется параметром XUV (X-ray + EUV) – интегральный поток излучения с длиной волны  $\lambda < 91.2$  нм, имеющий размерность эрг  $\text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$  на референсном расстоянии 1 а.е. Основными процессами, ответственными за превращения между ионизированными и нейтральными частицами, в модели являются фотоионизация, ионизация электронным ударом, рекомбинация. Также рассматривается реакция перезарядки, которая приводит к обмену температурами и скоростями между планетарными атомами и протонами звездного ветра. XUV фотоны ионизируют атомы H, He и молекулы  $\text{H}_2$  согласно сечениям поглощения, зависящим от длины волны. В модели предполагается, что образованные в результате фотоионизации фотоэлектроны быстро передают избыточную энергию окружающим частицам. Таким образом, вклад фотоэлектронов в ионизацию нейтральных частиц не учитывался. Ослабление XUV потока внутри атмосферы рассчитывается для каждого спектрального интервала в соответствии с зависящими от длины волны

сечениями поглощения. Вычисления производятся в неинерциальной сферической системе координат, находящейся в центре планеты.

Полученные с использованием 3DHD кода атмосферные профили температуры ( $T$ ) и объемной плотности атомов водорода ( $n$ ), электронов ( $n_e$ ) и протонов ( $n_p$ ), представлены на рис. 1 для различных значений параметра XUV (от 3 до 15 эрг  $\text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$ ). Показаны радиальные профили, причем расстояние от центра планеты выражено в безразмерных единицах относительно радиуса планеты. Далее предполагается, что концентрация электронов примерно равна концентрации протонов, что подтверждается в нашей модели.

## 3. МОНТЕ-КАРЛО МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ФОТОНОВ

Профили на рис. 1 служили в качестве входных параметров атмосферы для кода Монте-Карло, который моделировал процесс переноса Ly $\alpha$  фотонов в атмосфере планеты. Для расчета спектра поглощения в линии  $\text{H}\alpha$  необходимо получить профиль плотности атомов водорода, возбужденных на второй энергетический уровень H(2), который представляет из себя совокупность водорода в состояниях 2p и 2s. Частицы H(2) в значительной степени появляются за счет взаимодействия атомарного водорода с Ly $\alpha$  фотонами. В свою очередь Ly $\alpha$  фотоны могут образовываться в атмосфере планеты в основном за счет процессов столкновения с электронами, а также процессов рекомбинации протонов и электронов. Кроме того, звездное излучение, в поле которого непрерывно находится планета, также является источником Ly $\alpha$  фотонов. Подробное описание Монте-Карло модели, используемой в настоящем исследовании, содержится в нашей предыдущей работе [17]. Далее будут приведены лишь основные положения, на которых строится модель.

Пакеты фотонов (далее в этом разделе будем называть такие пакеты просто фотонами) равномерно генерируются внутри вычислительной области сферической атмосферы, а также на фронте излучения звезды, распространяющемся в сторону планеты в форме сферической поверхности. Каждый такой фотон характеризуется координатами в декартовом пространстве ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), направлением распространения ( $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ ), а также частотой  $v$  (выраженной в единицах доплеровской скорости) и “весом”  $w$  (величина, которая показывает количество реальных фотонов в таком пакете).

Радиус  $R$  верхней атмосферы предполагается равным  $5R_p$  (как показали вычисления, оптимальный размер, который позволяет достичь приемлемого уровня детализации и при этом увеличение этой величины не влияет на результат вычислений). Для атмосферных фотонов выби-

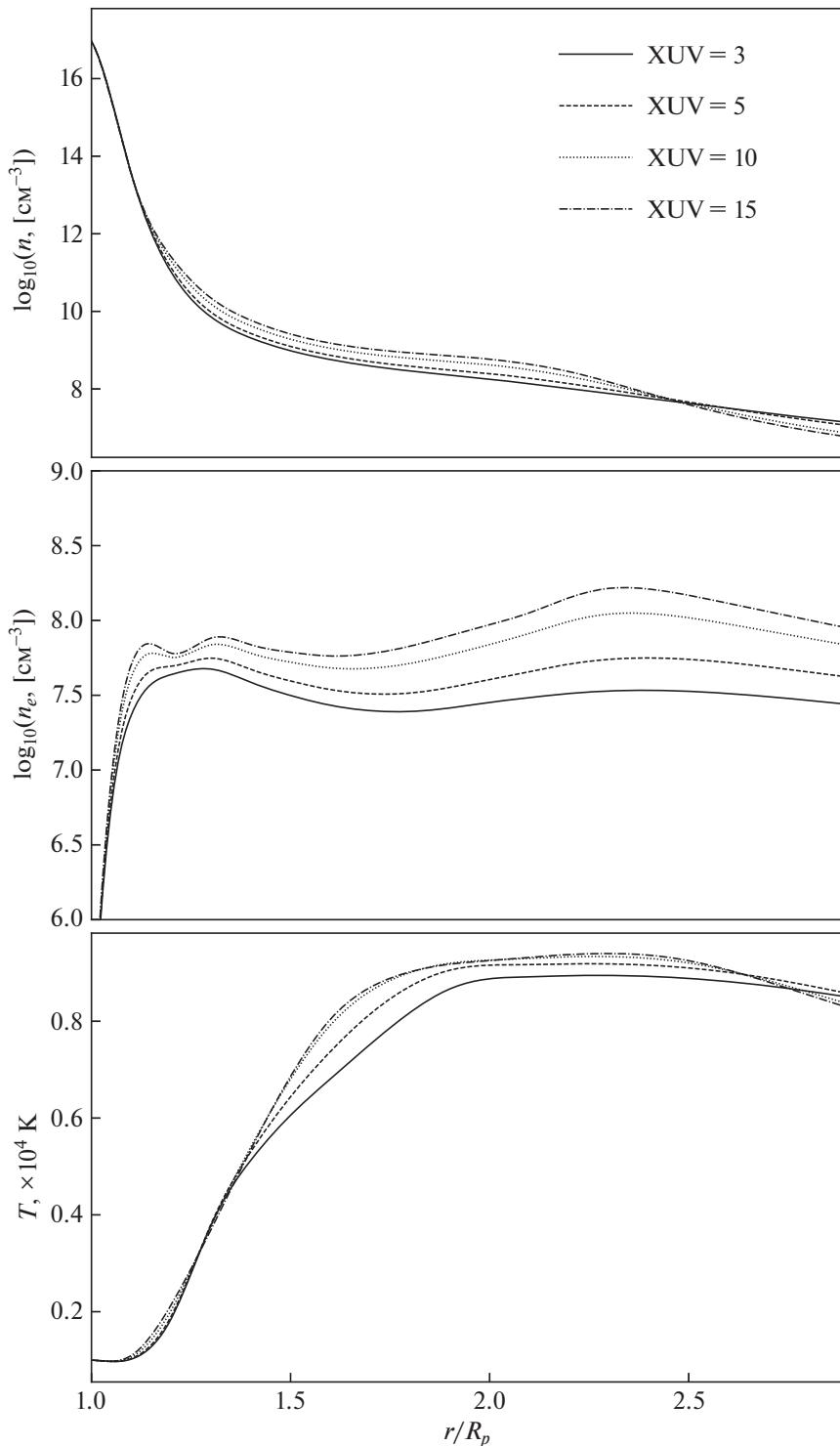


Рис. 1. Распределение объемной плотности атомов водорода, электронов и температуры вдоль радиуса планеты WASP-52b, полученные с использованием 3DHD кода.

рается случайная координата внутри атмосферы, случайное направление распространения, частота — согласно распределению Максвелла, при этом влияние надтепловых частиц не учитывается.

Величина  $w$  для пакета атмосферных фотонов вычисляется согласно скоростям реакций (см. табл. 1) рождения Ly $\alpha$  фотонов в процессах столкновения атомов водорода с электронами

**Таблица 1.** Скорости реакций, влияющих на населенность H(2)

Реакция	Название	Скорость
$e^- + p \rightarrow H + \gamma$	$\alpha_B$	$2.54 \times 10^{-13} (T/10^4 \text{ K})^{-0.8164 - 0.0208 \log_{10}(T/10^4 \text{ K})} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$
$H_{1s} + e^- \rightarrow H_{2s} + e^-$	$C_{1s \rightarrow 2s}$	$1.21 \times 10^{-8} (10^4 \text{ K}/T)^{0.455} e^{-118400/T} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$
$H_{2s} + e^- \rightarrow H_{1s} + e^-$	$C_{2s \rightarrow 1s}$	$1.21 \times 10^{-8} (10^4 \text{ K}/T)^{0.455} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$
$H_{1s} + e^- \rightarrow H_{2p} + e^-$	$C_{1s \rightarrow 2p}$	$1.71 \times 10^{-8} (10^4 \text{ K}/T)^{0.077} e^{-118400/T} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$
$H_{2p} + e^- \rightarrow H_{1s} + e^-$	$C_{2p \rightarrow 1s}$	$\frac{1}{3} \times 1.71 \times 10^{-8} (10^4 \text{ K}/T)^{0.077} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$
$H_{2s} + \gamma \rightarrow H^+ + e^-$	$\Gamma_{2s}$	Формула (1)
$H_{2p} + \gamma \rightarrow H^+ + e^+$	$\Gamma_{2p}$	Формула (1)
$e^- + H^+ \rightarrow H_{2s} + \gamma$	$\alpha_{2s}$	$(0.282 + 0.047(10^4 \text{ K}/T) - 0.006(10^4 \text{ K}/T)^2) \alpha_B \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$
$e^- + H^+ \rightarrow H_{2p} + \gamma$	$\alpha_{2p}$	$\alpha_B - \alpha_{2s}$
$H_{2s} \rightarrow H_{1s} + 2\gamma$	$A_{2s \rightarrow 1s}$	$8.26 \text{ с}^{-1}$
$H_{2p} \rightarrow H_{1s} + \gamma$	$A_{2p \rightarrow 1s}$	$6.3 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$

(далее столкновительные фотоны), а также рекомбинации протонов и электронов (далее рекомбинационные фотоны).

Резонансное рассеяние Ly $\alpha$  фотонов на атомах водорода моделировалось с использованием модели изотропного частичного когерентного рассеяния [20].

Для каждого фотона расчет проводился до тех пор, пока он не покинет расчетную область, не поглотится в приповерхностном слое вблизи планеты или не затухнет за счет процессов девозбуждения. В качестве таких процессов учитывались фотоионизация ( $\Gamma_{2s}$  и  $\Gamma_{2p}$ ), распад  $A_{2s \rightarrow 1s}$ , девозбуждение за счет столкновений ( $C_{2s \rightarrow 1s}$ ,  $C_{2p \rightarrow 1s}$ ). Коэффициенты фотоионизации рассчитываются по формуле

$$\Gamma_{2s,2p} = \int_{v_1}^{v_0} \frac{4\pi J_v}{hv} \sigma_{2s,2p}(v) dv, \quad (1)$$

где  $h$  – постоянная Планка,  $v_1 = 3.4 \text{ эВ}/h (3446 \text{ \AA})$  – порог ионизации для H(2),  $v_0 = 13.6 \text{ эВ}/h (912 \text{ \AA})$  – частота, соответствующая энергии ионизации из основного состояния.

Скорости учитываемых реакций приведены в табл. 1. Таблица взята из [13], где можно найти оригинальные ссылки на каждую из реакций.

После того, как моделирование для каждого из фотонов завершается, строится осесимметричный профиль H(2) в цилиндрических коорди-

натах. Спектр поглощения  $\alpha(v)$  вычислялся по формуле

$$\alpha(v) = 1 - \frac{I_{\text{transit}}}{I_{\text{out}}} = \frac{2}{R_e^2} \int_0^{R_e} r dr (1 - e^{-\tau_{H\alpha}}).$$

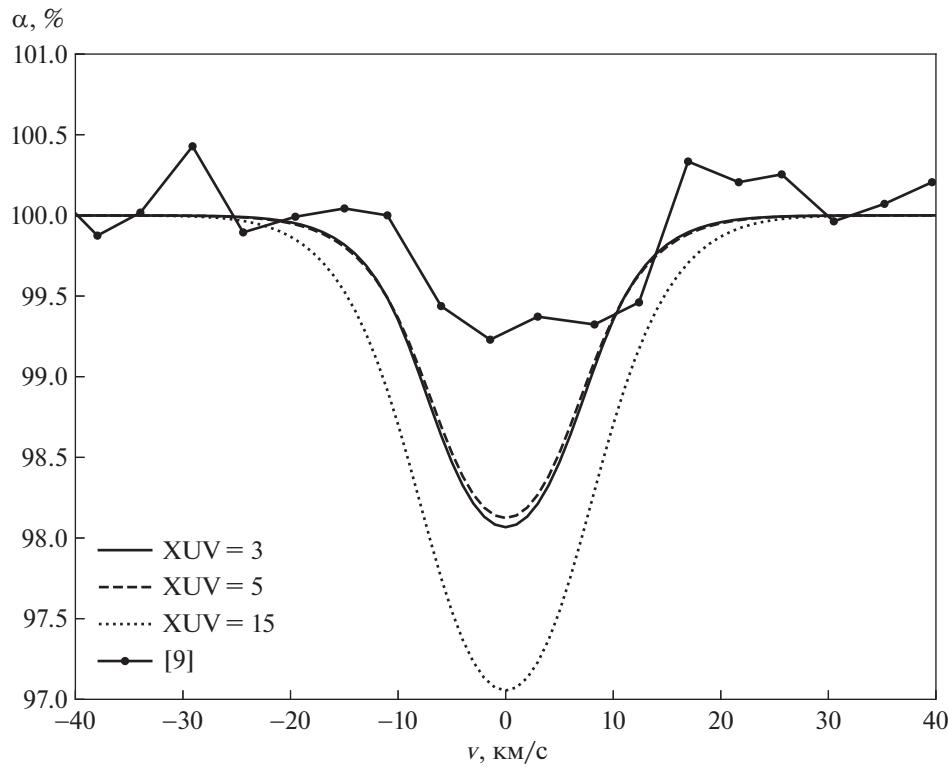
Здесь интенсивность  $I$  имеет индексы “transit” и “out”, что соответствует интенсивности линии для случаев во время транзита и вне его.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

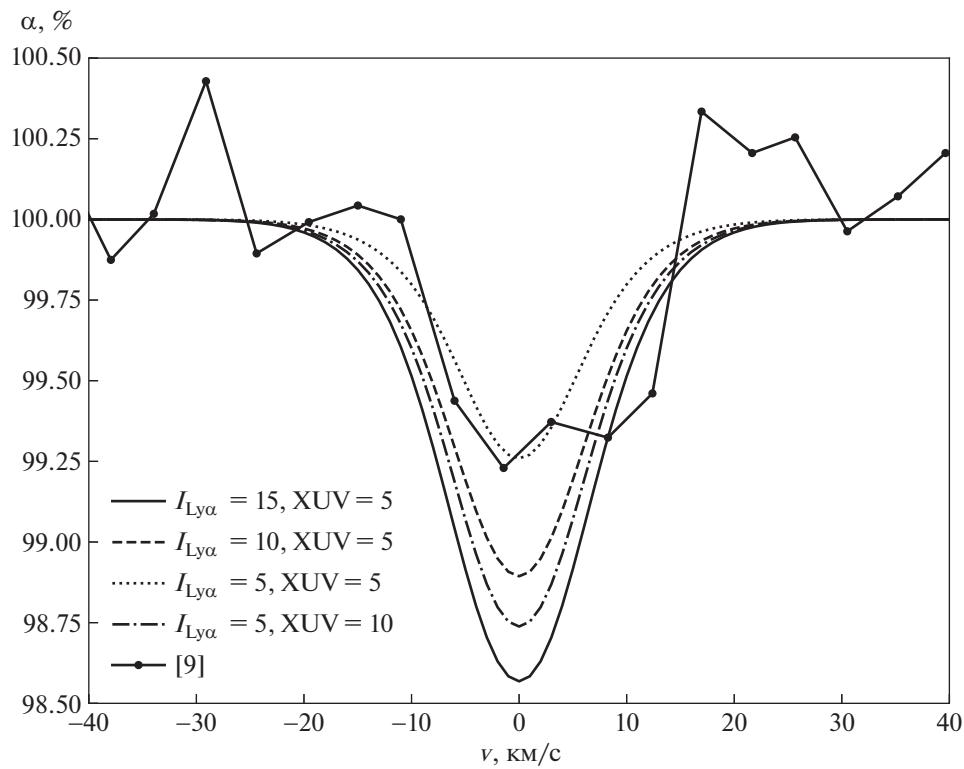
На рис. 2 приведены рассчитанные спектры поглощения при различных значениях параметра XUV при интегральной интенсивности линии Ly $\alpha$  звезды 20 эрг см $^{-2}$  с $^{-1}$ . По горизонтальной оси отложен вместо частоты доплеровский сдвиг скорости. Из рис. 2 видно, что модельное поглощение при данных параметрах значительно больше измеренного, поэтому далее происходило варьирование интегральной интенсивности линии Ly $\alpha$   $I_{\text{Ly}\alpha}$ .

На рис. 3 представлено поглощение в линии H $\alpha$  при различных интенсивностях звездной линии Ly $\alpha$ . При XUV = 5 для  $I_{\text{Ly}\alpha} = 5, 10, 15$  эрг см $^{-2}$  с $^{-1}$  поглощение составило 0.74, 1.1, 1.43% соответственно. Для XUV = 10 и  $I_{\text{Ly}\alpha} = 5$  эрг см $^{-2}$  с $^{-1}$  поглощение равно 1.26%. Как видно из графиков, наилучшее совпадение с наблюдениями достигается при XUV = 5 и  $I_{\text{Ly}\alpha} = 5$  эрг см $^{-2}$  с $^{-1}$ .

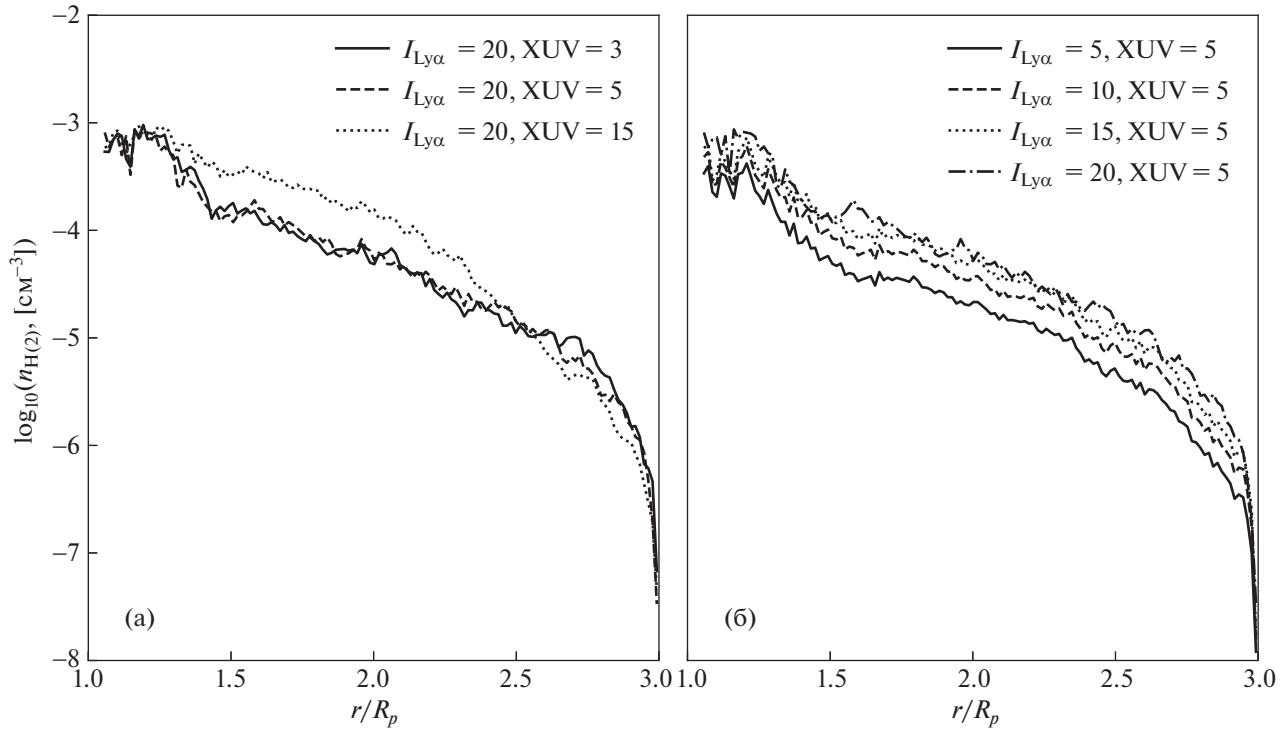
На рис. 4 приведены профили объемной плотности возбужденного водорода H(2) для рассмотренных комбинаций параметров перпендикуляр-



**Рис. 2.** Спектры поглощения в линии Н $\alpha$  для  $I_{\text{Ly}\alpha}$  эрг см $^{-2}$  с $^{-1}$  и различных значений XUV. Поглощение составило 1.93, 1.88 и 2.94% для XUV 3, 5, 15 соответственно.



**Рис. 3.** Спектры поглощения в линии Н $\alpha$  для  $I_{\text{Ly}\alpha}$  5, 10, 15 эрг см $^{-2}$  с $^{-1}$  и различных значений XUV.



**Рис. 4.** Профили концентрации атомов водорода в возбужденном состоянии вдоль оси симметрии планета-звезды:  
а) при  $I_{\text{Ly}\alpha} \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ , б) при различных значениях  $I_{\text{Ly}\alpha}$ ,  $XUV = 5 \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ .

но оси, соединяющей центры звезды и планеты. Видно, что  $n_{\text{H}(2)}$  варьируется в пределах порядка  $10^{-5}$ – $10^{-3} \text{ см}^{-3}$ . Из рис. 4, а также из рис. 1 можно увидеть, что профили возбужденного и невозбужденного водорода прямо коррелируют между собой. С изменением параметра XUV меняется форма профиля – при его увеличении плотность атомов водорода смещается ближе к центру планеты, что объясняется их более быстрой фотоинициацией.

Рисунок 5а иллюстрирует вклад Ly $\alpha$  фотонов от различных источников (столкновения, рекомбинация, излучение звезды) в профиль поглощения в линии H $\alpha$ . График приведен для параметров  $XUV = 5 \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  и  $I_{\text{Ly}\alpha} = 5 \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ , при которых общее поглощение составило 0.74% с шириной 14 км/с, что удовлетворяет наблюдательным данным. Из рис. 5а видно, что наибольший вклад в поглощение вносят звездные фотоны, при этом фотонны, рожденные в результате рекомбинации, влияют гораздо сильнее, чем рожденные в результате столкновений. На рис. 5б показано сравнение скорости рождения Ly $\alpha$  фотонов за счет реакций рекомбинации и столкновений (построенный согласно табл. 1), откуда видно, что реакции рекомбинации преобладают и сосредоточены в слое порядка 1.5 радиусов планеты.

На рис. 6 показан профиль концентрации возбужденных атомов водорода перпендикулярно оси, соединяющей центры звезды и планеты. Из рисунка видно, что основное поглощение происходит в слое до 1.5 радиусов планеты, где концентрация H(2) атомов водорода составляет  $10^{-4}$ – $10^{-3} \text{ см}^{-3}$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, используя трехмерную газодинамическую модель и код Монте-Карло, мы получили профили поглощения в линии H $\alpha$  для экзопланеты Wasp-52b. Обнаружено, что наибольший вклад в поглощение вносят звездные Ly $\alpha$  фотонны, а также фотонны, рожденные в результате рекомбинации. Параметр XUV значительно влияет на поглощение в линии H $\alpha$ , поскольку влияет на форму профиля температуры, объемной плотности атомов водорода, электронов/протонов в атмосфере планеты.

Расчеты показали наилучшее совпадение с наблюдательными данными при значениях потока  $XUV \sim 5 \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ , и интенсивности линии Ly $\alpha$   $\sim 5 \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  на 1 а.е. При данных значениях результатирующее поглощение составило 0.74% с шириной 14 км/с, что удовлетворяет наблюдательным данным. Определено, что погложение сконцентрировано в слое до 1.5 радиусов планеты, где

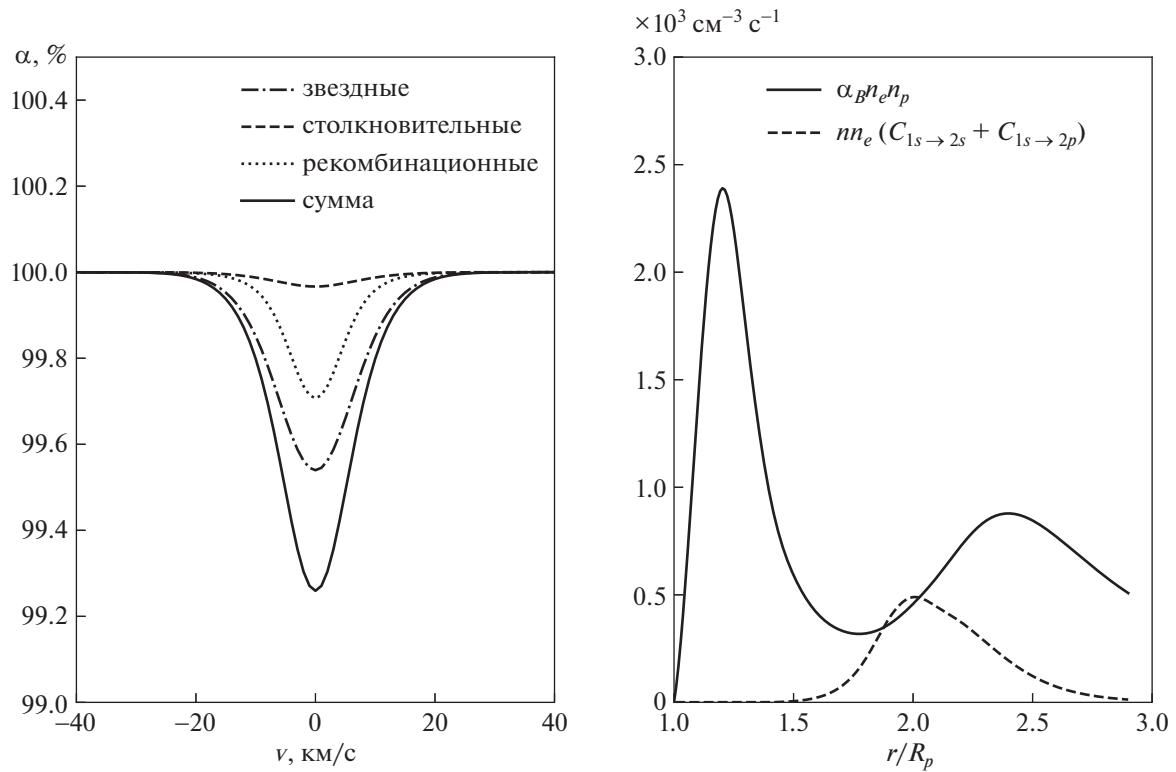


Рис. 5. а) Поглощение, вносимое разными типами фотонов в линии  $\text{H}\alpha$ ; б) Сравнение скоростей реакций рождения  $\text{Ly}\alpha$  фотонов при процессах столкновения и рекомбинации.

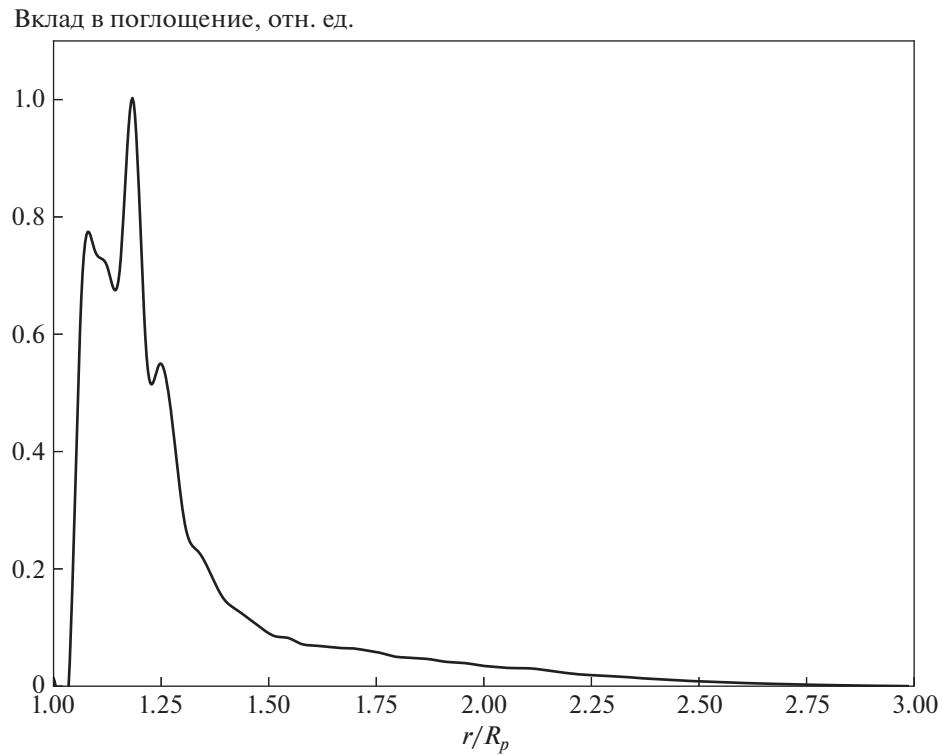


Рис. 6. Профиль поглощения вдоль радиуса атмосферы планеты WASP-52b.

концентрация атомов водорода в возбужденном состоянии меняется в диапазоне  $10^{-4}$ – $10^{-3}$  см $^{-3}$ .

Отметим, что взаимодействие верхней атмосферы со звездным ветром, которое рассчитывается в 3DHD коде, не влияет на полученные результаты, поскольку при разумных параметрах звездного ветра головная ударная волна располагается на расстояниях  $\sim 10$  планетарных радиусов и не оказывает воздействия на распределение атомов в зоне до 2 радиусов планеты, где происходит поглощение в линии Нα.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа поддержана грантом № 075-15-2020-780 Министерства науки и высшего образования РФ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. Vidal-Madjar, J.-M. Désert, A. L. Des Etangs, G. Hébrard, G. Ballester, D. Ehrenreich, R. Ferlet, J. McConnell, M. Mayor, and C. Parkinson, *Astrophys. J.* **604**, L69 (2004).
2. A. L. Des Etangs, D. Ehrenreich, A. Vidal-Madjar, G. Ballester, J.-M. Désert, R. Ferlet, G. Hébrard, D. K. Sing, K.-O. Tchakoumegni, and S. Udry, *Astron. and Astrophys.* **514**, A72 (2010).
3. F. Yan and T. Henning, *Nature Astronomy* **2**, 714–718 (2018).
4. P. W. Cauley, E. L. Shkolnik, I. Ilyin, K. G. Strassmeier, S. Redfield, and A. Jensen, *Astron. J.* **157**, 69 (2019).
5. N. Casasayas-Barris, E. Pallé, F. Yan, G. Chen, S. Kohl, M. Stangret, H. Parviainen, C. Helling, N. Watanabe, S. Czesla, A. Fukui, P. Montañés-Rodríguez, E. Nagel, N. Narita, L. Nortmann, G. Nowak, J. H. M. M. Schmitt, and M. R. Zapatero Osorio, *Astron. and Astrophys.* **628**, A9 (2019).
6. A. G. Jensen, S. Redfield, M. Endl, W. D. Cochran, L. Koesterke, and T. Barman, *Astrophys. J.* **751**, 86 (2012).
7. P. W. Cauley, S. Redfield, A. G. Jensen, T. Barman, M. Endl, and W. D. Cochran, *Astrophys. J.* **810**, 13 (2015).
8. P. W. Cauley, S. Redfield, A. G. Jensen, and T. Barman, *Astron. J.* **152**, 20 (2016).
9. G. Chen, N. Casasayas-Barris, E. Pallé, F. Yan, M. Stangret, H. Cegla, R. Allart, and C. Lovis, *Astron. and Astrophys.* **635**, A171 (2020).
10. M. K. Alam, N. Nikolov, M. López-Morales, D. K. Sing, J. M. Goyal, G. W. Henry, J. Sanz-Forcada, M. H. Williamson, T. M. Evans, H. R. Wakeford, et al., *Astron. J.* **156**, 298 (2018).
11. J. Kirk, L. Dos Santos, M. Lopez-Morales, M. Alam, A. Oklopčić, M. MacLeod, L. Zeng, and G. Zhou, *Bulletin of the American Astronomical Society* **54**, 102–346 (2022).
12. G. Chen, E. Pallé, L. Nortmann, F. Murgas, H. Parviainen, and G. Nowak, *Astron. and Astrophys.* **600**, L11 (2017).
13. D. Yan, K. Seon, J. Guo, G. Chen, and L. Li, *Astrophys. J.* **936**, 177 (2022).
14. C. Huang, P. Arras, D. Christie, and Z.-Y. Li, *Astrophys. J.* **851**, 150 (2017).
15. I. Shaikhislamov, M. Khodachenko, H. Lammer, A. Berezutsky, I. Miroshnichenko, and M. Rumenskikh, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **481**, 5315–5323 (2018).
16. I. Shaikhislamov, M. Khodachenko, H. Lammer, A. Berezutsky, I. Miroshnichenko, and M. Rumenskikh, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **491**, 3435–3447 (2020).
17. I. Miroshnichenko, I. Shaikhislamov, A. Berezutskii, M. Rumenskikh, and E. Vetrova, *Astronomy Reports* **65**, 61–69 (2021).
18. M. Khodachenko, I. Shaikhislamov, H. Lammer, A. Berezutsky, I. Miroshnichenko, M. Rumenskikh, K. Kislyakova, and N. Dwivedi, *Astrophys. J.* **885**, 67 (2019).
19. V. Bourrier and A. L. Des Etangs, *Astron. and Astrophys.* **557**, A124 (2013).
20. Z. Zheng and J. Miralda-Escudé, *Astrophys. J.* **578**, 33 (2002).